

**Probabilidades y Estadística (C)****Ejercicio 1**

Sea  $X$  una v.a. continua con función de densidad dada por

$$f_X(x) = f(x) = \begin{cases} ax^3, & x \in [0,1] \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases} = ax^3 I_{[0,1]}(x)$$

- ¿Cuánto debe valer  $a$  para que  $f$  resulte una función de densidad?
- Calcular  $P\left(X \geq \frac{1}{2}\right)$ .
- Calcular  $P\left(X < \frac{2}{3} \mid X \geq \frac{1}{2}\right)$ .
- Calcular la función de distribución de  $X$ .

**Ejercicio 2**

La siguiente función de distribución de probabilidades acumuladas modela la vida útil de ciertas luces dicroicas medida en años.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq a \\ 1 & x > a \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

- Determinar el valor de  $a$  para que sea una función de distribución acumulada.
- Hallar la función de densidad.
- Se colocan 8 luces dicroicas nuevas en una cocina. ¿Cuál es la probabilidad de que luego de 8 meses haya exactamente 5 luces dicroicas en funcionamiento?

**Ejercicio 3**

Sea  $X$  una v.a. continua con función de densidad dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{38}\sqrt{x}, & \text{si } x \in [4,9] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Verificar que  $f_X$  es efectivamente una función de densidad.
- Calcular la función de distribución acumulada.
- Calcular el percentil 25 (primer cuartil).
- Calcular la mediana.

**Ejercicio 4**

Un atleta compite en un campeonato de salto. La función de densidad de  $X$ : "altura alcanzada (en metros) de su salto" es

$$f(x) = \begin{cases} cx(3-x), & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Calcule el valor de la constante  $c$  para que  $f$  sea efectivamente una función de densidad.
- Calcule la probabilidad de que salte más de 2m sabiendo que saltó más de 1.5m.
- El atleta comienza a saltar (de manera independiente por su excelente estado físico) hasta que consigue su primer salto de más de 2m. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que saltar más de 5 veces para conseguirlo?