

Probabilidades y Estadística (C)**Ejercicio 1**

Sea X una v.a. continua con función de densidad dada por

$$f_X(x) = f(x) = \begin{cases} ax^3, & x \in [0,1] \\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases} = ax^3 I_{[0,1]}(x)$$

- ¿Cuánto debe valer a para que f resulte una función de densidad?
- Calcular $P\left(X \geq \frac{1}{2}\right)$.
- Calcular $P\left(X < \frac{2}{3} \mid X \geq \frac{1}{2}\right)$.
- Calcular la función de distribución de X .

Ejercicio 2

La siguiente función de distribución de probabilidades acumuladas modela la vida útil de ciertas luces dicroicas medida en años.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 & \text{si } 0 \leq x \leq a \\ 1 & x > a \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

- Determinar el valor de a para que sea una función de distribución acumulada.
- Hallar la función de densidad.
- Se colocan 8 luces dicroicas nuevas en una cocina. ¿Cuál es la probabilidad de que luego de 8 meses haya exactamente 5 luces dicroicas en funcionamiento?

Ejercicio 3

Sea X una v.a. continua con función de densidad dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{38}\sqrt{x}, & \text{si } x \in [4,9] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Verificar que f_X es efectivamente una función de densidad.
- Calcular la función de distribución acumulada.
- Calcular el percentil 25 (primer cuartil).
- Calcular la mediana.

Ejercicio 4

Un atleta compete en un campeonato de salto. La función de densidad de X : "altura alcanzada (en metros) de su salto" es

$$f(x) = \begin{cases} cx(3-x), & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Calcule el valor de la constante c para que f sea efectivamente una función de densidad.
- Calcule la probabilidad de que salte más de 2m sabiendo que saltó más de 1.5m.
- El atleta comienza a saltar (de manera independiente por su excelente estado físico) hasta que consigue su primer salto de más de 2m. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que saltar más de 5 veces para conseguirlo?